

## CLASIFICACIÓN DE LA ESCULTURA MATEMÁTICA

RICARDO ZALAYA (\*) - JAVIER BARRALLO (\*\*)

Cuando se decide elaborar la taxonomía de un conjunto, el primer paso es conocer y describir sus elementos. Para ello hemos de definir el término “Escultura Matemática”, tarea que resultará más complicada de lo que a primera vista parece por la dificultad de delimitar con precisión este concepto. Posteriormente y, este es el objetivo de este artículo, se debe proponer una clasificación para esta tipología de escultura de la forma más fundada y exhaustiva posible. Creemos que el mejor criterio de ordenamiento será plantear como grupos generales diferentes áreas de las Matemáticas. Estos se subdividirán, a su vez, atendiendo a conceptos matemáticos más específicos utilizados en los diferentes tipos de obras escultóricas. El principal objetivo de esta investigación es ayudar a formalizar el estudio del campo de la Escultura Matemática que, creemos, favorecerá su inclusión en la enseñanza dado su indudable atractivo visual. A ello hay que añadir la facilidad con la que diversos conceptos matemáticos pueden ser visualizados de forma sencilla. Tanto desde la enseñanza secundaria, como desde la universitaria, ya sea como un curso independiente o como parte de una asignatura que trate la relación entre Matemáticas y Arte, la Escultura Matemática resulta fascinante para alumnos y profesores tanto desde una aproximación científica como desde una perspectiva artística.



**Figura 1:** Escultura situada delante de la torre Picasso, Madrid.  
Un magnífico ejemplo de integración de la escultura matemática en el paisaje urbano

(\*) Universidad Politécnica de Valencia. E-mail: rizabae@mat.upv.es

(\*\*) Universidad del País Vasco España. E-mail: mapbacaj@sa.ehu.es

## 1. INTRODUCCIÓN

Se han publicado escasos estudios sobre el tema que denominamos “Escultura Matemática”, concepto que en el siguiente apartado trataremos de definir. Estos trabajos adolecen de aspectos demasiado concretos de la obra de un escultor o, por el contrario, son estudios demasiados genéricos y carentes de rigor. Es por esta causa que no existe en la literatura científica, o por lo menos no ha tenido suficiente difusión, ningún trabajo en que se incluya un estudio que sistematice de forma extensa y razonada las relaciones entre Matemáticas y Escultura.

Tampoco existe un estudio que haya logrado clasificar desde el punto de vista matemático este tipo de escultura. La escasez, casi total ausencia de investigación en la tipología de este campo artístico, nos decidió a elegirlo como objetivo fundamental de nuestra investigación y como tema de la tesis doctoral en curso, defendida por Ricardo Zalaya, profesor de la Universidad Politécnica de Valencia, y dirigida por Javier Barrallo, profesor de la Universidad del País Vasco. En este artículo vamos a presentar una revisión de nuestra primera propuesta de clasificación de la escultura matemática, fruto de nuestro trabajo en este tema durante los últimos años y de las sugerencias recibidas por parte de los expertos y escultores consultados.

Las obras pertenecientes a la escultura matemática pueden encontrarse en muchos lugares de nuestras ciudades, además de en las salas de exposiciones de diferentes museos. En la figura 1 podemos apreciar una sencilla escultura compuesta uniendo cilindros metálicos, que componen una interesante estructura geométrica. En su diseño apreciamos la utilización de diversos conceptos relacionados principalmente con la Geometría y la Topología, en la disposición de las superficies (cilindros) y sus intersecciones formando un camino cerrado. La errática estructura formada por el cilindro contrasta magníficamente con la esbelta silueta del edificio Torre Picasso y constituye un espléndido ejemplo de integración en el paisaje urbano madrileño.

Las figuras 2 y 3 son obra del reconocido escultor John Robinson. Ambas esculturas ilustran perfectamente el tránsito estilístico del autor. “Acrobats” (figura 2) es una escultura figurativa de su primera época, mientras que “Elation” (figura 3) es una variante de la misma escultura perteneciente a una etapa posterior sobre la que se ha desarrollado un proceso de abstracción geométrica.



**Figura 2:**  
John Robinson,  
“Acrobats (Acróbatas)”.  
Serie Universe



**Figura 3:**  
John Robinson,  
“Elation (Regocijo)”.  
Serie Universe

En la figura 4 observamos como contrapunto de la anterior figura un ejemplo de la obra de Bathsheba Grossman, artista de una mayor complejidad matemática y que, sin embargo, apenas requiere un proceso de abstracción de la realidad en su obra ya que parte de ideas puramente geométricas. Su diseño refleja diversos conceptos matemáticos: la geometría de poliedros, la topología de las superficies, las transformaciones isométricas del espacio, etc.

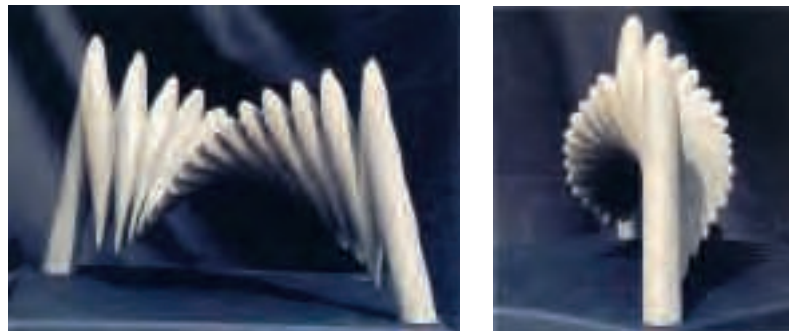


**Figura 4:** Bathsheba Grossman, "Metatrino". Metal

La procedencia de la mayoría de los investigadores y expertos en escultura matemática coincide con el país que más ha desarrollado este tipo de escultura: Estados Unidos.

También en otros países como Gran Bretaña, Alemania, Suiza, México, Brasil, Argentina, Australia y Japón, por citar algunos, se pueden encontrar artistas y obras de gran calidad además de estudiosos en el tema. Entre estos expertos de fama mundial destaca el profesor de la Universidad de Berkeley, Carlo Sequin, cuya página Web, incluida la referencia [1], es una magnífica herramienta para introducirse en este campo.

En España, aunque este tipo de escultura no se encuentra tan extendido, existen algunos casos de artistas notables, destacando Javier Carvajal. En las figuras 5 y 6, podemos observar dos vistas de una de sus esculturas de la serie denominada,  $r^2a$ . En el artículo, incluiremos algunos ejemplos de obras de escultura matemática pertenecientes a otros escultores españoles.



**Figura 5:** Javier Carvajal, "Serie Rodajas Paralelas".  
Caso de 75 grados de sección y 180 grados de giro total. Vista de frente.

**Figura 6:** Javier Carvajal, Escultura de la figura anterior vista de perfil

Ambas esculturas constituyen una representación del mismo tema por el mismo autor, si bien en la segunda escultura, "Elation", se aprecia un cambio estilístico basado en un proceso de abstracción geométrica. Esta obra de madurez de John Robinson la incluimos dentro del concepto de Escultura Matemática.

## 2. CONCEPTO DE ESCULTURA MATEMÁTICA

En primer lugar y antes de que comenzar a realizar una clasificación, tendremos que fijar el tipo de escultura que tratamos de tipificar, esto es, la que hemos denominado "Escultura Matemática". Para ello proponemos la siguiente definición: Consideramos que pertenecen a

esta tipología todas las esculturas en las que en su concepción, diseño, desarrollo o ejecución resulta esencial la utilización de la Matemática.

Por lo tanto, toda obra perteneciente a este campo debe estar asociada de forma evidente con algún concepto o propiedad matemática. La definición propuesta resulta sencilla, genérica y amplia, como se constatará viendo las obras presentadas en este artículo.

Las figuras 7 y 8 muestran dos casos de obras realizadas basándose en el concepto de superficie reglada, es decir, aquella superficie que se forma uniendo las posiciones obtenidas al mover una recta en el espacio. Sin embargo, en cuanto a su complejidad estas esculturas son absolutamente diferentes. La superficie reglada de Andréu Alfaro (figura 7) se produce a partir del simple movimiento de dos curvas y constituye un alarde de sencillez y belleza.



**Figura 7:** Andréu Alfaro, “Superficie Reglada”. Metal. Valencia, España

**Figura 8:** Charles O. Perry, “Eclipse”. Metal soldado. The Hiatt Regency Hotel, San Francisco

En contraposición, Eclipse (figura 8) comienza en su interior como un dodecaedro pentagonal (12 pentágonos) donde cada una de sus caras es rotada hacia el exterior tomando el sentido de derecha a izquierda. En el punto medio de esta rotación se forma un icosidodecaedro compuesto por 12 pentágonos y 20 triángulos entre ellos. Continuando la rotación hacia el exterior se forma otra figura denominada pequeño rombicoidodecaedro. El movimiento de rotación de las aristas entre estas tres figuras genera paraboloides hiperbólicos –una superficie reglada– que componen esta imponente pieza de 13.5 metros de altura. Esta escultura ha sido realizada por uno de los más completos y fascinantes escultores matemáticos: Charles O. Perry. Para estudiar su trabajo resulta sumamente interesante su ponencia en el congreso internacional Mathematics & Design [2] y la página Web [3] de este polifacético escultor, arquitecto, diseñador e inventor.

En la figura 9 continuamos con una nueva obra del escultor Javier Carvajal perteneciente a la serie titulada “Columnas Salomónicas”. Esta obra nos sirve para ilustrar la dificultad de delimitar la naturaleza matemática de una escultura a partir de su mera visualización. En este caso, la naturaleza matemática de la escultura está implícita en su diseño y no resulta obvia a partir de su Geometría.



**Figura 9:** Javier Carvajal, “Dos Columnas de Giro Contrapuesto”. Serie de esculturas: “Columnas Salomónicas”. España, 1991-1994

En el libro "Forma y Número. Variaciones" [4] un experto español en el tema de las relaciones entre Matemáticas y Arte, Eliseo Borrás, realiza un breve resumen de los procesos matemáticos utilizados para la realización de esta colección escultórica de Javier Carvajal. Básicamente, el diseño parte de la obtención de cuerpos a partir de secciones de un cilindro. Cada sección es una elipse cuya posición se puede caracterizar por el ángulo  $\theta$  que forma su eje mayor con el eje central del cilindro (ver figura 10). El plano determinado por estos dos ejes lo llamaremos plano principal de la sección. Dos secciones distintas del cilindro determinarán un módulo de construcción para estas esculturas.



**Figura 10:** Secciones de las piezas obtenidas de un cilindro y utilizadas por Javier Carvajal

Además de por los ángulos respectivos,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , la posición relativa de ambas secciones queda determinada por el ángulo  $\phi$ . La distancia  $c$  es la que hay entre los centros de las dos elipses. Si  $c$  es suficiente para que no se corten las secciones, el módulo obtenido es una "rodaja"; dibujo de la derecha de la figura 10. Si estas secciones se cortan, los dos módulos obtenidos son "gajos" (Dibujo del centro).

En un cilindro de radio  $r$  conocido, el conjunto formado por los cuatro parámetros anteriores ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\phi$ ,  $c$ ), determina cada uno de los módulos que se pueden obtener por este procedimiento. También se ha de cumplir que los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  se encuentren entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  (incluido), y el ángulo  $\phi$ , entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ . Estas relaciones indican que teóricamente, tenemos libertad para dar un número infinito de valores a cada uno de estos parámetros.

Si situamos un módulo junto a otro, girando un ángulo  $\alpha$ , orientándolos en el mismo sentido o invirtiéndolos, y siendo de igual o de distinto radio, van naciendo nuevas figuras que son utilizadas por el escultor en sus obras. Un ejemplo son los ovoides, las esferas, calabazas, columnas salomónicas, rosquillas que se acercan más y más al toro, troncos de conos y alabes que serpentean, etc. Los movimientos de traslación y giro de los módulos, generan formas que con frecuencia son muy semejantes a las de la naturaleza.

Pero no todas las formas impresionan por igual nuestros sentidos. Unas nos atraen más que otras y corresponden a distintos "ritmos numéricos". Algunos de los utilizados en las de esculturas de Javier Carvajal corresponden al número  $\pi$ , que está presente en los giros. Por ejemplo este escultor ha utilizado las "espirales poligonales". En estas figuras su lado vale, para un polígono de  $n$  lados, después de  $k$  giros:

$$2k \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi}{n} \right)$$

Esto implica que el área correspondiente es  $k^2$ , unidades triangulares de la retícula sobre la que se construyen. También en las "columnas salomónicas", figura 9, hay  $2\pi/\alpha$ , módulos (secciones de cilindro) en cada vuelta y una longitud, medida desde el centro, de  $2\pi c/\alpha$ , cuanto menor sea  $\alpha$ , más alta será la columna.

En otro tipo de esculturas realizados por Javier Carvajal, "espiral multipoligonal", como la de la figura 11, los ángulos entre los lados, siguen la relación:

$$\alpha_n = \pi \left( 1 - \frac{2}{2+n} \right)$$

En sus radios vectores, aparece la serie armónica:

$$\begin{cases} p_0^2 = 1 \\ p_n^2 = \left( 1 + \sum_{k=1}^n \cos \left( \sum_{m=1}^k \frac{2\pi}{m+2} \right) \right)^2 + \sum_{k=1}^n \operatorname{sen} \left( \sum_{m=1}^k \frac{2\pi}{m+2} \right) \end{cases}$$



**Figura 11:** Javier Carvajal, "espirales multipoligonales". Serie  $\pi r^2 a$ . España, 1991-1994

Sin embargo en este artículo vamos a separarnos del habitual lenguaje matemático, basado en la formulación algebraica y sustituirlo por un lenguaje visual donde prime la forma sobre la fórmula.

La visualización por ordenador ha permitido un franco desarrollo de la escultura matemática. Además ha posibilitado la correcta ejecución de esculturas de gran complejidad mediante máquinas de generación de prototipos, cuyos modelos en cera o materiales plásticos pueden emplearse para realizar moldes metálicos. Un ejemplo es la figura 12, obra de Bathsheba Grossman, generada a partir de modelos 3D diseñados mediante computadora. Otro ejemplo es el trabajo de Javier Barrallo, matemático y doctor en Informática. La interdisciplinariedad de estas áreas produce interesantes experimentos virtuales, como la figura 13, que muestra una "escultura virtual" de la serie "Hypersculpture". Javier Barrallo utiliza programación paramétrica para el diseño de las figuras y la teoría de fractales para la aplicación de texturas (referencias [5] y [6]).



**Figura 12:** Bathsheba Grossman. "Seven spheres, (Siete esferas)"

**Figura 13:** Javier Barrallo. Escultura virtual de la serie "Hypersculpture". 1994

### 3. OBJETIVO DE CLASIFICAR LA ESCULTURA MATEMÁTICA

La primera propuesta de clasificación se hizo a partir de un exhaustivo estudio histórico de las relaciones entre la Matemática y la Escultura [7]. A este trabajo le siguió una primera propuesta de clasificación publicada en [8] que ha sido ampliada y corregida desde entonces.

El propósito didáctico que tiene esta clasificación escultórica es el conseguir la sistematización de su estudio. Ello facilitará la inclusión de la escultura matemática en la enseñanza a partir de una metodología y una secuencia basada en conceptos matemáticos, en lugar de recurrir a una muestra indiscriminada y no jerarquizada de escultores y esculturas.

Es por ello que este trabajo pretende interrelacionar la obra de diferentes escultores, algunos de los cuales tienen magníficos catálogos y publicaciones de su obra, como el famoso escultor John Robinson [9] pero sin mostrar ninguna relación con otros escultores o estilos escultóricos que pudiéramos calificar como matemáticos.

### 4. PRIMERAS CLASIFICACIONES DE LA ESCULTURA MATEMÁTICA

Un primer intento de clasificar la escultura matemática y sin duda el más intuitivo, es aquel realizado en función de los materiales utilizados, ya que éstos confieren a las obras diferentes propiedades geométricas. Según esta tipología, una primera clasificación sería:

- Madera. Este material se utiliza para enfatizar la curvatura de las superficies. La facilidad de tallado y la posibilidad de reparar pequeños errores lo convierten en uno de los materiales favoritos para obras de gran complejidad. La figura 14 muestra una fotografía del estudio de Brent Collins, con varias esculturas en madera. Ésta, dada su ligereza, y la posibilidad de ensamblaje en módulos permite realizar obras que en otros materiales serían inviables, como muestra la figura 15 perteneciente a George Hart.



**Figura 14:** El escultor Brent Collins muestra una de sus esculturas en madera

**Figura 15:** George Hart, "Fire and Ice (fuego y hielo)". Madera de roble y bronce. Diámetro 60 cm

- Piedra. También este material tiende a enfatizar la curvatura de las superficies. Pero dado el gran peso que adquieren las esculturas puede llegar a ser extremadamente frágil e inestable por lo que las obras no pueden ser muy complejas. Las obras de Nathaniel Friedman, figura 16, son uno de los mejores exponentes de esta tipología.
- Metal. Ya sea mediante soldadura, en el caso de esculturas booleanas o poliédricas, ya sea mediante moldes en el caso de esculturas basadas en superficies minimales, este material es uno de los más complejos y bellos, como muestra el trabajo de Bruce Beasley en la figura 17.



**Figura 16:** Nathaniel Friedman. "Grand Canyon". Escultura en Piedra



**Figura 17:** Bruce Beasley, "Intersections II". Bronce. Altura 3,55 m

- Hormigón. Confiere a las obras un componente monumental y de grandiosidad arquitectónica. El escultor más característico es Eduardo Chillida, del que mostramos en la figura 18 su magnífica "Elogio del Horizonte", una gigantesca pieza de más de 500 toneladas ubicada en Gijón.



**Figura 18:** Eduardo Chillida "Elogio del Horizonte", Hormigón. Altura 10 m

Sin embargo la tipología que nosotros proponemos no esta basada en materiales, sino en propiedades matemáticas. La primera propuesta de clasificación que presentamos en 2003 se componía de grupos definidos por una propiedad geométrica o matemática, o bien por un conjunto de ellas. Sus tipos eran:

- Geometría Polidébrica y Clásica.
- Superficies no Orientadas.
- Nudos Topológicos.
- Superficies Cuádricas y Regladas.
- Estructuras Modulares y Simétricas.
- Operaciones Booleanas.
- Superficies de Curvatura Mínima.
- Transformaciones.
- Otras.

Como se puede apreciar en esta clasificación, alguno de los grupos que se proponían era muy amplio, por ejemplo el de la escultura poliédrica, sin embargo otros de los grupos incluidos en esta taxonomía, como por ejemplo el de superficies mínimas, son menos extensos. Esta primera taxonomía se explica en detalle en el artículo "Mathematical Sculpture Classification" del libro *Meeting Alhambra* que recoge las actas de los congresos internacionales BRIDGES e ISAMA, Internacional Society of the Arts, Mathematics and Architecture (referencia [8]).

## 5. PROPUESTA DE CLASIFICACIÓN DE LA ESCULTURA MATEMÁTICA

El motivo por el cual solamente hemos enumerado los grupos, incluidos en nuestro primer planteamiento de clasificación, es que creemos que está ha sido mejorada en la versión actual de la propuesta que exponemos a continuación, y que sí explicaremos con detenimiento. Basaremos su estructura, en diferentes áreas de las Matemáticas. Los límites entre los diferentes grupos que incluimos en ella, serán a veces imprecisos, lo cual no es de extrañar, dado que la misma división de las Matemáticas también a veces lo es. La propuesta es:

- *Escultura con Características Geométricas.*
  - Poliédrica.
  - Superficies Matemáticas Curvas.
    - Cuádricas y Superficies de Revolución.
    - Superficies Regladas.
    - Superficies no Orientadas.
    - Superficies Mínimas o de Curvatura Cero.
  - Otras Superficies.
- *Escultura con Conceptos Algebraicos.*
  - Simetrías.
  - Transformaciones y Esculturas Modulares.
  - Operaciones Booleanas.
- *Escultura Topológica.*
- *Escultura con Conceptos Matemáticos Varios.*

En cuanto a la pertenencia de una obra determinada a un tipo concreto de la clasificación propuesta, la adscripción en algunos casos puede resultar difícil. Un ejemplo es la figura 19, obra de Bathseba Grossman en la que convergen diferentes criterios como los referentes a superficies matemáticas, nudos topológicos, simetrías, etc. Por lo tanto, creemos que no es posible diseñar una tipología de esta escultura excluyente con las demás. Trataremos de clasificar cada caso concreto atribuyéndole la característica que creamos “domina en su concepción”. En general esto sucederá en un gran número de las obras.



**Figura 19:** Bathsheba Grossman, “Alterknot (nudo cambiante)”. Bronce y mármol negro. Tamaño 13 cm

Es importante destacar que en esta propuesta todavía existen algunos grupos descompensados en cuanto al número de esculturas que representan, pero que, sin embargo, tienen un gran

potencial escultórico y de hecho basándose en ellos se ha producido una gran cantidad y calidad de obras. Ejemplos de estos tipos son las superficies de curvatura mínima, o de curvatura media nula, como la figura 20, perteneciente a Hellaman Ferguson, o las superficies no orientadas como la figura 21, obra de Brent Collins.

**Figura 20:** Hellaman Ferguson.  
"Minimal Surface Costa X."  
Escultura realizada en hielo



**Figura 21.** Brent Collins.  
Superficie no orientable

## 6. BREVE DESCRIPCIÓN Y EJEMPLOS DE OBRAS DE LOS TIPOS DE LA CLASIFICACIÓN PROPUESTA

Dada la concisión que exige un artículo describiremos de forma muy breve todos los tipos de la clasificación, respetando la filosofía de explicarlos con ejemplos que permitan caracterizarlos fácilmente.

### 6.1 LA ESCULTURA GEOMÉTRICA

Este grupo es el más amplio de la clasificación, dada la relación intrínseca de las artes plásticas, en concreto la Escultura, con la Geometría. Este tipo de clasificación es tan genérico que en él se podría enclavar buena parte de la escultura matemática. Para constatar esto, solamente hay que fijarse en los ejemplos expuestos previamente de los que, la mayoría, se pueden incluir en este grupo.

Existen ejemplos de obras en las que se han utilizado casi todos los tipos de sólidos posibles, desde los más sencillos como, cubo, esfera, cono, cilindro, prisma, etc., a los más complicados como poliedros irregulares o superficies descritas por ecuaciones matemáticas complejas. Así, este grupo de la taxonomía comprende desde la escultura de formas más sencillas, como la figura 22 del escultor Tony Smith, a obras mucho más complejas por ejemplo la figura 23 correspondiente a Hellaman Ferguson.

**Figura 22:** Tony Smith.  
"Amaryllis". Tamaño  
350 x 129 x 350 cm.  
Wadsworth Atheneum,  
Connecticut



**Figura 23:**  
Hellaman Ferguson  
"Escher on Double  
Torus (Escher en un Toro  
Doble)". Alabastro, 15 cm

Lo mismo sucede con el tamaño, que puede oscilar desde los 13 centímetros de la obra "Alterknot" de Bathsheba Grossman (figura 19) a los 13.5 metros de altura de la escultura "Eclipse" de Charles O. Perry (figura 8).

La escultura geométrica está enclavada en el tipo de escultura matemática con más tradición a lo largo del siglo XX. Son numerosas las obras que se pueden incluir dentro de este grupo. Ya a principios de siglo, en el movimiento Cubista, se realizó alguna obra que podríamos incluir dentro de este grupo. Al respecto, se puede consultar el estudio de los antecedentes de la escultura matemática, referencia [7]. En él se incluyen obras de tendencias o movimientos artísticos del pasado siglo. Algunos autores abstractos, minimales, conceptuales, etc., efectuaron incursiones en la Escultura Geométrica.

La *Escultura Poliédrica* es el primer tipo que analizamos dentro del grupo de la Escultura Geométrica. Los primeros poliedros que veremos son los sólidos Platónicos. Estos son una de las de figuras preferidas por los escultores matemáticos y en general por muchos artistas debido a su gran belleza y sencillez. Aunque su descripción es sobradamente conocida, creemos interesante recordar brevemente las características de estos poliedros regulares. Un poliedro convexo se llama regular, si "está limitado por polígonos regulares de un único tipo y si en cada vértice concurre el mismo número de aristas"

Sólo existen cinco sólidos de este tipo que se denominan platónicos o cósmicos. Estos cinco sólidos son: *tetraedro* (4 caras); *hexaedro o cubo* (6 caras); *octaedro* (8 caras); *icosaedro* (20 caras) y *dodecaedro* (12 caras).

Al igual que los sólidos platónicos, los poliedros truncados, han sido fuente de inspiración en numerosas esculturas matemáticas. Los casos posibles de poliedros de este tipo son infinitos. Además, si las caras que inciden en cada uno de los vértices de un poliedro regular, se cortan de tal manera que las secciones planas resultantes sean regulares y congruentes, el resto del sólido es nuevamente un poliedro denominado semiregular o Arquimediano. Otra variante ampliamente empleada por los escultores, es la resultante de efectuar diferentes transformaciones a los poliedros, tal como deformar sus caras achaflanándolas, redondeándolas o estrellándolas.

Un ejemplo es la figura 24, de John Robinson, basada en un dodecaedro. Sus caras han sido sustituidas por estrellas de cinco puntas. También posee otros valores estéticos, los colores, los reflejos diferentes en función de la iluminación, etc. En la figura 25, observamos una obra de Francisco Sobrino, que está realizada utilizando un único módulo de chapa cuadrada de acero inoxidable de 50 x 50 cm.

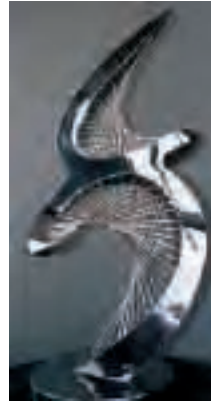


**Figura 24:** John Robinson, "Star Burst, (explosión de una estrella)". Año 1996. Acero inoxidable Tamaño 38 cm

**Figura 25:** Francisco Sobrino, "Estructura Permutacional". Tamaño 250 x 150 x 150 cm. Chapa de acero inoxidable, Campus de la UPV, Valencia

*Las Superficies Matemáticas Curvas*, es el siguiente grupo, a su vez subdividido en tipos que no son excluyentes. Por ejemplo una superficie extensamente utilizada tanto en el Arte como en la Arquitectura es el paraboloide hiperbólico, también llamado silla de montar, que es simultáneamente una cuádrica y una superficie reglada. Este grupo lo dividimos en:

Las *Cuádricas*, son las superficies que se definen por una ecuación algebraica de grado dos (como máximo), en las tres variables. Las cuádricas no degeneradas son: esferas, conos, cilindros, elipsoides, hiperboloides (de una o dos hojas) y por último los paraboloides (elípticos e hiperbólicos). Un ejemplo se muestra en la figura 26 y que precisamente se titula, "Hyperbolic Paraboloid", de Jerry Sander.



**Figura 26:** Jerry Sanders. "Hyperbolic Paraboloid (Paraboloide Hiperbólico)"

Las *Superficies de Revolución*, que como su nombre indica, se forman al girar una curva alrededor de uno cualquiera de sus ejes, han sido utilizadas con profusión en el arte y Escultura. Un ejemplo de su aplicación es la simplificación de las figuras humanas en dos superficies de revolución, en el conjunto escultórico "Pareja", de Carmen Grau, en la figura 28. Las *Superficies Regladas*, se generan desplazando una línea recta, a lo largo de una curva. Este amplio tipo de superficies también ha servido de inspiración para artistas y arquitectos. Observar la figura 29, de Charles O. Perry.



**Figura 28:** Carmen Grau, "Pareja". Tamaño 285 x 150 m. Año 2000, Campus de la UPV, Valencia

**Figura 29:** (Izquierda): Charles O. Perry, "Hyperbolic Maze (laberinto hiperbólico)"

Las *Superficies no Orientadas*. A diferencia de las anteriores, se caracterizan por un concepto de cálculo vectorial, el de la orientación de una superficie. La superficie más sencilla de este tipo es la banda de Moebius, uno de los primeros objetos de estas características que apareció en la escultura. Un pionero de la escultura matemática, Max Bill, la usó repetidamente, consiguiendo obras de una gran belleza, como la de la figura 27. Con respecto al estudio de las características matemáticas de las obras de este escultor, es interesante la referencia [10], del investigador, Tom Marar.



**Figura 27:** Max Bill, "Superficie sin fin". Del año 1953 a 1956. Tamaño 125 x 125 x 80 cm.  
Museo Middelheim, Amberes

Otro escultor matemático, Brent Collins ha desarrollado muchos modelos diferentes de superficies no orientadas., pero es sin duda el escultor japonés Keizo Ushio quien más abundantemente ha utilizado las superficies no orientables, especialmente variantes de la banda de Moebius. En la figura 30, este escultor ha utilizado una variante consistente en realizar un recorrido doble. Se observa muy bien la "no-orientación" de la superficie.



**Figura 30:** (Derecha): Keizo Ushio, "Mihama". Granito, 2 m

*Las Superficies Mínimas*, esto es, las de curvatura media nula, son superficies en las que el área local está minimizada debido a que adopta la forma de menor valor de área posible para la curva frontera dada. Un caso muy conocido es el de la geometría que adoptan las películas de jabón. Helaman Ferguson ha realizado diversos trabajos con esta concepción, como la figura 20, basada en la "superficie de Costa". Ésta recibe este nombre por el matemático, Celso Costa, que formuló sus ecuaciones. Otro ejemplo similar es la figura 31 de Stewart Dickinson, basada en la superficie mínima de Enneper.



**Figura 31:** Stewart Dickinson. "Enneper's minimal surface (superficie mínima o de curvatura nula de Enneper)"

*Otras superficies.* Dentro de este tipo incluiremos las que no pertenecen a ninguno de los tipos especificados anteriormente. En este subgrupo se clasificarán por tanto, desde esculturas con geometrías tan sencillas como la de un plano, por ejemplo las del escultor Richard Serra, a otras que pueden adquirir formas muy complejas o que están formadas por asociación de diferentes tipos de superficies.

En la Figura 32, se muestra una fotografía de una exposición del escultor norteamericano Richard Serra. Sus obras adoptan formas geométricas conceptualmente sencillas, planos elipses o troncos de cono ligeramente alabeados. Una de sus más famosas obras "Snake" (serpiente) está basada en la ecuación de un polinomio de tercer grado.



**Figura 32:** Richard Serra.

Conjunto de obras expuestas en su exhibición en el Museo Guggenheim de Bilbao

En este grupo, también se puede incluir las obras que adoptan formas de ecuaciones de superficies no contempladas en los grupos anteriores. Por ejemplo ecuaciones matemáticas de tipo trascendente, como trigonométricas exponenciales, etc.

## 6.2 ESCULTURA CON CONCEPTOS ALGEBRAICOS

En este segundo grupo principal, se incluyen obras en las que en su diseño predomina algún concepto algebraico. Éstas también pueden adoptar formas geométricas que se encuentren entre los tipos anteriores, pero si la propiedad algebraica que las caracteriza es determinante en su concepción, las incluiremos en este grupo.

*Esculturas con Simetrías.* Una de las propiedades con mayor aplicación al Arte es la simetría, nombre que adoptamos para el primer subgrupo que incluimos dentro de las Algebraicas. En la figura 33, en la página siguiente, se incluye una obra de Robert Longhurst, en la que se aprecia simetría con respecto a los planos cuyos ángulos son múltiplos de sesenta grados.



**Figura 33:** (Izquierda): Robert Longhurst, "Arabesque (Arabesco)"

En transformaciones, se incluirían las anteriores obras del escultor Javier Carvajal. Como ya hemos explicado, el proceso de diseño de estas esculturas parte de la obtención de secciones de un cilindro, que posteriormente se unen para la formación de las esculturas completas, siguiendo diferentes procesos. Los ejemplos de esculturas de este autor ya incluidos son las figuras 5, 9 y 11.

Las modulares son aquéllas en las que un motivo determinado se repite sucesivamente, éstos "módulos" pueden componerse de formas muy diferentes. Brent Collins, también ha realizado esculturas modulares utilizando espirales como motivo principal. En la figura 34, mostramos una obra de este tipo del escultor, Michael Waren, denominada "Pascua".

**Figura 34:** (izquierda): Michael Waren, "Pascua". Tamaño 500 x 77 x 65 cm. Bronce. Campus de la UPV, Valencia

*Escultura Booleana.* En otras obras se realizan operaciones con las formas de uno o varios cuerpos, utilizando una determinada estructura algebraica por ejemplo el Álgebra Booleana. Ejemplo de ello son algunos de los trabajos de Bruce Beasley, como la anterior **figura 17**, titulada, "Intersections II".

Una *operación Booleana* es la que cumple las propiedades del álgebra Booleana. Como ya es conocido, los resultados posibles para estas operaciones son dos valores verdadero o falso. Esto aplicado a la escultura, se usa para describir cómo dos sólidos se relacionan, formando otro volumen o produciendo vacío. Se utilizan todas las operaciones lógicas: la unión, la intersección, la inversión o búsqueda del complementario y la exclusión. En las figuras 35 y 36 hemos incluido dos esculturas en forma de cruz latina pertenecientes a Eduardo Chillida. La primera cruz se puede interpretar como el complementario de su figura; esto es, el *negativo*. La segunda está formada por la exclusión de determinadas partes de la roca para formar la figura.

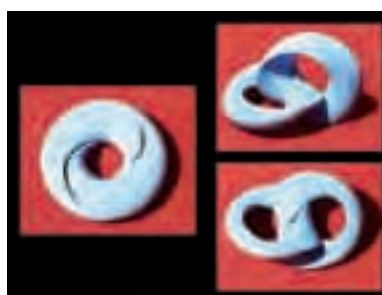


**Figura 35:** Eduardo Chillida, Cruz de la iglesia de Santa Maria. San Sebastián

**Figura 36:** Eduardo Chillida, Cruz de la Catedral del Buen Pastor. San Sebastián

### 6.3 ESCULTURA TOPOLÓGICA

Los matemáticos han estudiado los nudos topológicos durante muchos siglos. Esta interesante categoría de objetos topológicos presenta unas amplias posibilidades para su utilización en la escultura. Casi todos los escultores matemáticos la han utilizado. Así, por ejemplo, las figuras 4, 19 y 23 se clasificarían en este grupo. La figura 37, obra de Keizo Ushio, muestra un toro que al ser seccionado por una Banda de Moebius queda dividido en dos partes topológicamente anidadas. La figura 38, nos muestra un modelo del proceso seguido para separar la escultura.



**Figura 37:** Keizo Ushio, "Oushi-Zokei". Granito rojo de la India. 120 cm. San Sebastián

**Figura 38:** Modelo del proceso separación de la escultura

Por último, John Robinson también ha elaborado numerosas obras que se incluirán dentro de este grupo. Éstas son realmente sencillas, pero muy interesantes en cuanto a sus características topológicas. La serie de esculturas titulada "Trilogy" (figuras 39, 40 y 41) representan una variante de los anillos Borromeos. Éstos anillos representan tres circunferencias enlazadas entre sí y que en realidad resultan imposibles de construir, pero sí que pueden crearse cuando en lugar de circunferencias utilizamos triángulos o cuadrados que mantienen la topología del conjunto, permitiendo su construcción física como hace John Robinson en esta serie.



**Figura 39:** John Robinson, "Creation". Serie "Trilogy"

**Figura 40:** John Robinson, "Intuition". Serie "Trilogy"

**Figura 41:** John Robinson, "Genesis". Serie "Trilogy"

### 6.4 ESCULTURA CON CONCEPTOS MATEMÁTICOS VARIOS

Por mucho que desarrollemos y mejoremos nuestra clasificación y aunque se amplíen los

tipos definidos, será muy difícil incluir todas las esculturas matemáticas en sus categorías. Para esos casos, hemos creado este último grupo de la clasificación sin ninguna uniformidad entre las diferentes obras escultóricas que incluirá. Por ejemplo la figura 41 del escultor Ken Herrick, tiene muy poco que ver con las que hemos expuesto a lo largo del artículo.

Otro interesante ejemplo son algunas de las esculturas de Helaman Ferguson, como la de la figura 42. Aunque en principio sea una superficie no orientada, también destaca la textura que presenta su superficie, la cual ha sido inscrita mediante un programa de ordenador. Se trata de una curva que completa el plano una vez desarrollada denominada Curva de Hilbert. Otro ejemplo es la figura 43, "The Unit Cube" de Bathsheba Grossman, realizada con un cubo, dividido en dos partes fractales complementarias. Si ignorásemos por un momento el principio de exclusión de Pauli, podríamos verificar cómo estas dos piezas componen un cubo.



**Figura 42:** Ken Herrick, "Cloud (Nube)". Metal y cristal

**Figura 43:** Helaman Ferguson, "Umbilic Torus NC, (Toro Umbilical)"

También debemos de mencionar las posibilidades que se abren para la escultura matemática con la utilización de las geometrías no euclidianas, elíptica e hiperbólica. Las obras generadas con ellas se clasificarán en este grupo. Creemos que la utilización de este tipo de geometrías se desarrollará ampliamente en la escultura, lo mismo que ya ha sucedido en la pintura, especialmente a partir de la obra de Escher. Una obra interesante para estudiar la aplicación de estas geometrías a la escultura, lo constituye la obra de Irene Rosseau "Disminución Hiperbólica I", en la figura 45.



**Figura 44:** Bathsheba Grossman, "The Unit Cube, (Cubo Unidad)". Plata

**Figura 45:** Irene Rousseau, "Disminución Hiperbólica I". Madera, recubierta de mosaico de mármol y cristal

## 7. CONCLUSIONES

---

En el presente artículo hemos expuesto la situación de nuestra investigación sobre escultura matemática y la actual propuesta de clasificación. De este trabajo hemos obtenido las siguientes conclusiones:

- *Existe una relación entre las Matemáticas y la Escultura.* Es más, esta relación se puede extender a la mayoría de las manifestaciones artísticas.
- Los grandes avances de las Matemáticas que se han producido en el siglo XX, han hecho posible el desarrollo de un arte conceptualmente matemático.
- *La Escultura Matemática ha alcanzado un nivel muy notable en la actualidad.* A ello ha contribuido, además del desarrollo matemático alcanzado en los últimos años, el gran avance y la generalización de la Informática.
- *Creemos que la Escultura Matemática experimentará una franca expansión.* Ello es debido a las causas expuestas en el punto anterior, además de al imparable interés que experimentan los artistas que la desarrollan y al que comienza a despertar en el público en general.
- *Se debe fomentar la inclusión en diversos niveles de la enseñanza secundaria y universitaria de asignaturas en las que se estudie la relación entre Matemáticas y Arte.*
- *La clasificación propuesta debe ser objeto de mejora.* Esperamos poder mejorar la propuesta actual, en las conclusiones de la tesis doctoral. Además posiblemente se podrán introducir otros conceptos y propiedades matemáticas diferentes.

## REFERENCIAS

---

- [1] **Sequin, Carlo H.** Página Web: <http://http.cs.berkeley.edu/~sequin>
- [2] **Barrallo, Javier** (Editor). *Mathematics & Design 98*, Actas del II Congreso Internacional. Editado por el Departamento de Matemática Aplicada, Universidad del País Vasco; I.S.B.N.: 84-600-9459-6. San Sebastián, 1997.
- [3] **Perry, Charles O.** Página Web: <http://www.charlesperry.com>
- [4] **Carvajal, Javier; Moreno Gomez, Pilar; Borrás Veses, Eliseo y otros.** *Forma y Número. Variaciones*. Editorial: Fundación Bancaja; I.S.B.N.: 84-88715-47-I. Valencia, 1996.
- [5] **Barrallo, Javier.** *Geometría Fractal*. Editorial ANAYA Multimedia; I.S.B.N.: 84-7614-452-0. Madrid 1992.
- [6] **Barrallo, Javier.** *Matemáticas y Escultura*. Conferencia invitada de las Terceras Jornades d'Innovació Docente: Lénsenyament de les Matemàtiques i el Projecte EUROPA. Ver referencia [6]. Libro de actas, pp. 3-10. Editorial: Servicio de Publicaciones de la UPV; Depósito legal: V-3857-2002. Valencia, 2002.
- [7] **Zalaya, Ricardo.** *Escultura Matemática: Antecedentes en la Historia del Arte y Clasificación por Conceptos Matemáticos*. Trabajo de investigación del programa de doctorado de Mat. Multidisciplinar de la UPV. Valencia, 2003.
- [8] **Barrallo, Javier et al.** (Editores). *Meeting Alhambra*. ISAMA-BRIDGES 2003. Libro de actas de los Congresos Internacionales de las organizaciones, I.S.A.M.A y BRIDGES. Editado por la Facultad de Ciencias. Universidad de Granada; I.S.B.N.: 84-930669-1-5. Granada, 2003.
- [9] **Brown, Ronnie.** *Les escultures Simbòliques de John Robinson*. Revista Mètode Universitat de Valencia. Número 37, Fons & Forma. Matemàtiques en la Creació Artística Actual. pp. 67-71. Editorial: Universidad de Valencia, 2003.
- [10] **Marar, Tom.** *Max Bill e a Matemática*. Conferencia invitada a la primera Jornada de Matemáticas y Arte organizada por la Universidad de Valencia. Valencia, 2004.