TEST EN MATEMÁTICAS QUE SE CELEBRAN EN RUSIA PARA LOS ALUMNOS DE 15 Y 17 AÑOS

Yu. A. Glazkov (*)

En abril del año 1999 el Centro de realización de los test de los alumnos de los centros de enseñanza general de la Federación Rusa junto con la realización de los test para las pruebas de ingreso en los centros de enseñanza superior realizó las pruebas mediante los test a los alumnos de los cursos IX y XI de 17 asignaturas, entre otras geometría, álgebra, álgebra y principios de análisis. En estos exámenes participaron cerca de 95 mil alumnos de los centros de enseñanza general y de los centros de enseñanza profesional en 41 territorios del país. Entre ellos 20.373 alumnos se examinaron de matemáticas.

Observemos que los exámenes mediante los test se realizan de forma centralizada desde 1997.

Los test se valoran en una escala de 100.

Los test de geometría para los cursos IX (alumnos de 14-15 años) y XI (alumnos de 16-17 años), así como los de álgebra para el XI curso fueron elaborados bajo la dirección del Doctor en Ciencias Pedagógicas Yu. A. Glazkov. Los test de álgebra y principios de análisis bajo la dirección del Doctor de Estado en Ciencias Físico-Matemáticas Yu.M. Neiman.

Los test de álgebra y geometría para el IX curso (alumnos de 14-15 años) y el test de geometría del XI grado (alumnos de 16-17 años) se componen de tres partes. Las partes A y B contienen problemas, que reflejan el nivel obligatorio de aprendizaje. En la parte A los problemas están reunidos en forma de test de elección múltiple. Una vez hechos los problemas, los alumnos anotan en una hoja especial el número de la respuesta que creen correcta. La parte B contiene los ejercicios en forma cerrada, preparados de tal forma que la respuesta sea un número entero (esto se debe a las particularidades de la corrección por los ordenadores). Los alumnos escriben en la hoja la respuesta obtenida. La parte C está compuesta por problemas más difíciles, la resolución de los cuales debe contener las bases de las afirmaciones y de los cálculos. Estas soluciones se escribían en una hoja aparte y los especialistas valoraban si eran completas y correctas. Para este fin se habían elaborado unas instrucciones.

La solución correcta de cada uno de los problemas de las partes A y B se valoraba con un punto y si no era cierta, se valoraba con cero puntos. La solución correcta y razonada de un problema de la parte C se valoraba con dos puntos, mientras que la solución correcta, pero no razonada se valoraba con un punto. La solución incorrecta o la ausencia de la solución se valoraba con cero puntos.

Se ponía suficiente, si el alumno realizaba al menos el 70 % de los problemas de las partes A y B. Para obtener las notas notable y sobresaliente era necesario resolver al menos el 85 % de los problemas de los ejercicios de las partes A y B y obtener al menos 3 - 4 puntos por la resolución de los problemas de la parte C. Estos criterios se desarrollaron teniendo en cuenta las recomendaciones para la valoración del examen escrito de álgebra del IX grado.

(*) Doctor en Ciencias Pedagógicas (Moscú)

Matemática v shkole N 1. año 2000. Moscú. Tradución del artículo del artículo de Yu. A. Glazkov, publicado en la revista rusa Matemática v shkole N 1. año 2000, por Antonio Aparicio Cortés, profesor agregado del I.E.S. de Barakaldo-Cruces de Vizcaya.

Observemos que la cantidad de respuestas correctas, dadas por los alumnos a los problemas del nivel obligatorio eran las siguientes: 73 % en geometría del IX curso; 70 % en álgebra del IX curso; 82 % en geometría de XI curso (el problema B3 era de un nivel más alto de dificultad).

En los test de álgebra y principios de análisis de XI curso no eran destacados los problemas del nivel obligatorio, por consiguiente los criterios de valoración eran diferentes: la nota suficiente se ponía por la resolución correcta de 30%-57 % de los problemas; se ponía notable por la resolución correcta de 60%-87 % de los problemas. Los resultados superiores e inferiores de los señalados se calificaban por sobresaliente e insuficiente respectivamente.

Los resultados de los test están expuestos en la tabla siguiente.

Tabla 1.

	%	%	%	%
	insu	sufi	not	sob
Geometría IX grado	33	44	16	7
Álgebra IX grado	30	38	16	16
Geometría XI grado	15	39	27	19
Álgebra y principios de análisis XI grado	15	41	38	6

ÁLGEBRA IX CURSO (ALUMNOS DE 14-15 AÑOS)

PARTE A

1. Disponer en orden creciente los números siguientes:

$5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{42}$

1) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{42}$ 2) $4\sqrt{3}$; $5\sqrt{2}$; $\sqrt{42}$

3) $\sqrt{42}$; $4\sqrt{3}$; $5\sqrt{2}$ 4) $\sqrt{42}$; $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$

2. Simplificar la expresión $(2c - 3)^2 + 24c$

1) $4c^2 - 3$ 2) $(2c + 3)^2$ 3) $2c^2 - 9$ 4) $4c^2 - 9$

3. La expresión $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{8}$ es igual a:

1) $4\sqrt{6}$ 2) $6\sqrt{3}$ 3) $8\sqrt{3}$ 4) $8\sqrt{6}$

4. Despejar la variable R (R>0) de la fórmula siguiente $S = \dfrac{9R^2}{2\sqrt{3}}$

1) $R = \dfrac{\sqrt{2S\sqrt{3}}}{3}$ 2) $R = \sqrt{\dfrac{2S}{3\sqrt{3}}}$ 3) $R = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 4) $R = 3\sqrt{\dfrac{S}{2\sqrt{3}}}$

5. La expresión $\dfrac{-t^4 t^{-2}}{t^{-3}}$ es igual a:

1) t^{-1} 2) t^3 3) t^5 4) t^{-2}

6. La expresión $\dfrac{9 + 4a^2}{9 - 4a^2} - \dfrac{2a}{3 - 2a}$ es igual a:

1) $\dfrac{3}{3 + 2a}$ 2) $\dfrac{3}{3 - 2a}$ 3) $-\dfrac{3}{3 + 2a}$ 4) $\dfrac{3 + a}{3 - 2a}$

7. La solución del sistema de ecuaciones $x + 3y = 0$

$2y - x = -5$ es el par de números siguiente:

1) (3; -1) 2) (-1; 3) 3) (-2;6) 4) (6; -2)

8. Resolver el sistema de inecuaciones $2 - 3x < 2x + 9$

$4x + 5{,}2 \le 0$

1) $x < -1{,}4$ 2) $-14 < x \le -1{,}3$ 3) $x \le -1{,}3$ 4) $x > 1{,}4$

9. La desigualdad $(2x+6)(x-2) > 0$ se cumple, si

1) $-3 < x < 2$ 2) $x < -3$ 3) $x < -3,\ x > 2$ 4) $x > 2$

10. Una embarcación ha navegado río abajo 8 km y ha vuelto, invirtiendo en todo el recorrido 5 h. La velocidad de la corriente del río es de 3 km/h. ¿Cuál es la velocidad propia de la embarcación? Si la velocidad propia de la embarcación se denota con la letra x, entonces se puede plantear la ecuación siguiente:

1) $2{,}5(x + 3) + 2{,}5(x - 3) = 8$ 2) $\dfrac{8}{x + 3} + \dfrac{8}{x - 3} = 5$

3) $\dfrac{5}{x + 3} + \dfrac{5}{x - 3} = 8$ 4) $\dfrac{x + 3}{5} + \dfrac{x - 3}{5} = 8$

11. Por el punto (-1;1) pasa la gráfica de la función:

1) $y^2 = x - 1$ 2) $y = \dfrac{1}{x}$ 3) $y = \dfrac{1}{x - 1}$ 4) $y = 2 + x$

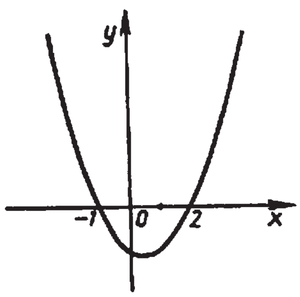
12. Todos los valores de x, para los cuales la función cuadrática, dada por la gráfica (figura 1) es negativa, forman el conjunto siguiente:

1) $(-\infty; -1)$ 2) $(2; +\infty)$ 3) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ 4) $(-1; 2)$

13. En la figura 2 está representada la gráfica del movimiento de un turista que va desde la ciudad A a la ciudad B. Determinar la velocidad del turista hasta el descanso.

1) 6 km/h 2) 2 km/h 3) 3 km/h 4) 4 km/h

Figura 1



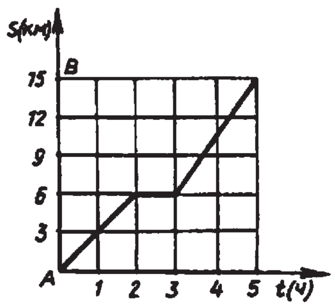


Figura 2

14. La raíz mayor de la ecuación $\dfrac{x}{2} = \dfrac{1-x}{x}$ es igual a

1) $1 + \sqrt{3}$ 2) $-1 + \sqrt{3}$ 3) $2 - \sqrt{3}$ 4) $-2 + \sqrt{3}$

15. Simplificar la fracción $\dfrac{x^2 - 1}{2x^2 - 2x}$

1) $\dfrac{x + 1}{2x}$ 2) $\dfrac{1}{2x - 2}$ 3) $\dfrac{x - 1}{2x}$ 4) $\dfrac{1}{2x}$

16. El valor de la expresión $\dfrac{x^3}{2} - x$ para x = -2 es igual a:

1) –2 2) 2 3) 6 4) –6

17. El valor de la expresión $(1{,}2 \cdot 10^{62}) \cdot (4 \cdot 10^{38}) : (5 \cdot 10^{45})$ es igual a:

1) $9{,}6 \cdot 10^{55}$ 2) $9{,}6 \cdot 10^{54}$ 3) $9{,}6 \cdot 10^{145}$ 4) $2{,}4 \cdot 10^{144}$

PARTE B

1. El 85 % de cierto número vale 102. Hallar este número.

2. Hallar la raíz negativa de la ecuación $5x^2 + 7x - 6 = 0$.

3. Una infusión medicinal está compuesta por menta y manzanilla en una relación de 3:2. ¿Cuántos gramos de menta hay en 150 gramos de esta infusión?

4. Hallar la abscisa del punto de intersección de las gráficas de las funciones $y = 5 - 2x$ e $y = 3x + 15$.

5. Resolver la ecuación $2{,}5x - 29{,}5 = 4{,}5 - x/3$.

PARTE C

1. Demostrar que la expresión $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - (3\sqrt{2} - 2)$ vale $1 - 2\sqrt{2}$.

2. ¿Para qué valores de *k* la ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$ tiene dos raíces distintas? Razonar la respuesta.

3. Resolver el sistema de ecuaciones

$y = x2 - 4x + 3$
$y = 3 - 2x$ por el método gráfico.

RESPUESTAS

Parte A: 1.3, 2.2, 3.3, 4.1, 5.3, 6.1, 7.1, 8.2, 9.3, 10.2, 11.4, 12.4, 13.3, 14.2, 15.1, 16.1, 17.2.

Parte B: 1. 120; 2. –2; 3. 90; 4. –2; 5. 12.

Parte C: 2. $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ 3. (0 ; 3), (2; -1)

AÑO 1999 - ÁLGEBRA Y PRINCIPIOS DE ANÁLISIS
XI CURSO (ALUMNOS DE 16-17 AÑOS)

PARTE A

1. Si A es la suma de todos los números primos del intervalo (22; 39) y B es el número par más próximo a esta suma y además es múltiplo de 9, entonces el máximo común divisor de los números A y B vale:

1) 1 2) 3 3) 4 4) 6 5) 12

2. Si A : B = 1/5 : 1/3, entonces B es mayor que A en la siguiente cantidad de %:

1) 66,6 2) 67 3) 50 4) 50,3 5) 33,3

3. El resultado de simplificar la expresión $\dfrac{m+5\sqrt{m}+6}{(\sqrt{m}+2)} - 3$ tiene la forma siguiente:

1) $2\sqrt{m}$ 2) $\sqrt{m}$ 3) $\sqrt{m}+6$ 4) $\sqrt{m}-6$ 5) $\dfrac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}+2}$

4. La función lineal, cuya gráfica pasa por los puntos (-2;1) y (1, -2), se expresa por la fórmula siguiente:

1) $y = 3x + 5$ 2) $y = -3x - 5$ 3) $y = -x - 1$ 4) $y = x + 1$ 5) $y = 2x + 5$

5. La raíz de la ecuación $a^2 (x - 1) + 4 = 4x (a - 1)$ es negativa, si:

1) $|a| > 2$ 2) $a > -2$ 3) $a < -2$ 4) $|a| < 2$ 5) $a \neq 2$

6. La ecuación cuadrática, cuyas raíces son los números -1 y 1/7, es de la forma:

1) $7x^2 + 6x + 1 = 0$ 2) $-\dfrac{1}{7}x^2 + \dfrac{6}{7}x - 1 = 0$ 3) $x^2 - \dfrac{1}{7}x + 6 = 0$

4) $x^2 + \dfrac{1}{7}x - 6 = 0$ 5) $7x^2 + 6x - 1 = 0$

7. La diferencia entre la raíz mayor y la raíz menor de la ecuación

$$\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+x} + \frac{1}{\sqrt{6}+2x} = 0 \quad \text{es:}$$

1) -6 2) 6 3) $\sqrt{3}$ 4) $-3\sqrt{2}$ 5) $3\sqrt{2}$

8. La suma de todas las soluciones enteras de la inecuación $\dfrac{7}{(x-2)(x-3)} + \dfrac{9}{x-3} + 1 \leq 0$

vale: 1) -15 2) –10 3) –9 4) –14 5) –12

9. Si x_0 es la raíz de la ecuación $\sqrt{x+2} = x - 4$, entonces el valor de la expresión

$$\frac{x_0^2 + 1}{2x_0 + 11} \text{ es igual a:}$$

1) 4/5 2) 1/3 3) 2 4) 6 5) -3

10. En una progresión aritmética el término undécimo vale –27 y la diferencia de la progresión vale –3. Entonces el primer término de la progresión vale:

1) –2 2) 3 3) 4 4) –3 5) 2

11. Sean M y m la mayor y la menor ordenadas de la gráfica de la función $y = 1/3 \cos x - 1$ en el intervalo $[0; \frac{3\pi}{2}]$. . Entonces la magnitud M + m vale:

1) -2 2) -3 3) -4 4) -5/3 5) -7/3

12. El resultado de simplificar la expresión $\dfrac{1 + \cos x + \cos 2x}{\sin 2x + \sin x}$ es de la forma:

1) tg x 2) - tg x 3) ctg x 4) - ctg x 5) $\dfrac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$

13. El número de raíces de la ecuación $\sin 4x + \cos 2x = 0$ en el intervalo $[0; \frac{3\pi}{2}]$ vale:

1) 4 2) 5 3) 6 4) 7 5) 8

14. El campo de definición de la función $y = \log 1/3\ (2 - x) + \log_2 \dfrac{1}{x+3}$ es de la forma:

1) (0; 2) 2) (-3; 0) U (0; + 2) 3) (-3; 2) 4) $(-\infty; 2)$ 5) (-3; 3)

15. El resultado del cálculo de la expresión $(2^{\log_2 15} + 1)^{\log_4 2}$ es igual a:

1) 2 2) 4 3) 8 4) $\sqrt{2}$ 5) 16

16. La suma de las raíces de la ecuación $25^{\frac{2+x}{1-x}} - \sqrt{5^{3+x}}$ vale:

1) –1 2) –5 3) 6 4) –6 5) 5

17. La pendiente de la recta tangente, trazada a la gráfica de la función $\frac{2}{3} x^{3/2}$ en el punto de abscisa x = 4, vale:

1) 1 2) $\sqrt{2}$ 3) 2 4) $\sqrt{3}$ 5) 4

18. El valor de la función $y = 4x + 25/x - 2$ en el punto, donde alcanza su valor máximo, es igual a:

1) 28 2) 20 3) 14 4) –10 5) –12

19. La suma de los valores máximo y mínimo de la función $f(x) = 15 - 4x - x^2$ en el intervalo cerrado [- 4; 2] es igual a:

1) 34 2) 18 3) 22 4) 20 5) 32

20. Una de las primitivas de la función $y = 3(x + 1)^2$ tiene la forma:

1) $3(x + 1)^3$ 2) $6(x + 1)$ 3) $6x$ 4) $x^2 + 3x$ 5) $x^3 + 3x^2 + 3x$

21. El resultado del cálculo de la integral $\int_{3}^{-1}(x + 1)^3\, dx$ es igual a:

1) -4 2) -3 3) -2 4) -1 5) 0

22. El área del trapecio curvilíneo, limitado por las líneas $y = \cos x$, $y = 0$, $x = -\pi/6$ y $x = \pi/6$ vale:

1) $\pi/3$ 2) 1 3) $1/2$ 4) $\pi/12$ 5) 2

23. El conjunto de las soluciones de la desigualdad $(x - 2) \cdot |2x + 3| < 0$ tiene la forma siguiente:

1) $(-\infty; 2)$ 2) $(-\infty; -3/2) \cup (-3/2; 2)$ 3) $(-\infty; -3/2)$ 4) $(-3/2; 2)$ 5) $(-\infty; -3/2) \cup (2; +\infty)$

24. El valor de $\sin(\arccos(-1/5))$ es:

1) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ 2) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ 3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ 5) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

25. La cantidad de las soluciones enteras de la desigualdad $\operatorname{tg} \varphi > -\sqrt{3}/3$ que pertenecen al intervalo $[0; 2\pi]$ es igual a:

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

26. La ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $y = 1/x-2$ en el punto de abscisa $x_0 = 3$ tiene la expresión siguiente:

1) $y = -x - 4$ 2) $y = 2 - 2x$ 3) $y = 4 - x$ 4) $y = x - 2$ 5) $y = x - 1$

PARTE B

1. Hallar el valor entero máximo de a, para el cual los las gráficas de las funciones

$y = 2ax - 1$ e $y = (a - 6)x^2 - 2$ no se cortan.

2. Hallar el número de soluciones enteras de la inecuación $\sqrt{3x - 4} < 3$

3. Hallar el producto de las raíces de la ecuación $|2x + 5| = 7$

4. Hallar la solución entera mínima de la inecuación $(x - 2)^{x^2-6x+8} > 1$

RESPUESTAS

Parte A: 1.4, 2.1, 3.2, 4.3, 5.4, 6.5, 7.5, 8.4, 9.3, 10.2, 11.1, 12.3, 13.2, 14.3, 15.2, 16.4, 17.3, 18.5, 19.3, 20.5, 21.1, 22.2, 23.2, 24.5, 25.5, 26.3.

Parte B: 1. 2; 2. 3; 3. –6; 4. 5.

AÑO 1999 - GEOMETRÍA IX CURSO (ALUMNOS DE 14-15 AÑOS)

PARTE A

1. El ángulo exterior de la base de un triángulo isósceles es de 98º. Entonces el ángulo del vértice de este triángulo es igual a :

1) 8º 2) 46º 3)82º 4)16º

2. La hipotenusa un triángulo rectángulo es de 15 m y uno de su catetos es de 12 m. Calcular el área de este triángulo.

1) 54 m^2 2) 180 m^2 3) 90 m^2 4) 108 m^2

3. El triángulo es isósceles, pero no es equilátero. ¿Cuántos ejes de simetría tiene?

1) 1 2) 2 3) 4 4) 0

4. Utilizando los datos señalados en la figura 1,hallar la longitud del lado AC.

1) $6\sqrt{3}$ 2) 3 3) 12 4) $2\sqrt{2}$

5. CE es la altura del rombo ABCD, $\angle ABD = 10º$ (figura 2). Hallar el ángulo ECD.

1) 70º 2) 80º 3) 60º 4) 50º

6. ABCD es un rombo, $BH \perp AD$. Utilizando los datos de la figura 3, hallar el área del rombo.

1) 15 m^2 2) 20 m^2 3) 25 m^2 4) 27m^2

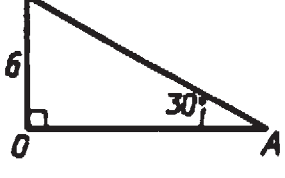


Figura 1

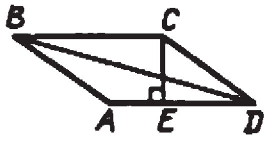


Figura 2

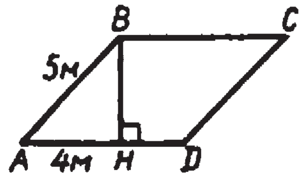


Figura 3

7. Teniendo en cuenta los datos de la figura 4, hallar la medida en grados del ángulo AOC, si O es el centro de la circunferencia.

1) 56º   2) 88º   3) 144º   4) 46º

8. La circunferencia con el centro C y la recta AK se tocan en el punto K (figura 5). Hallar AK, si AC = 10 y el diámetro de la circunferencia es 12.

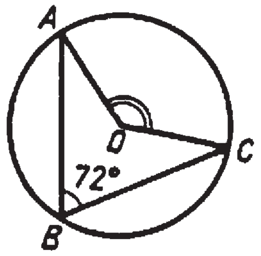


Figura 4

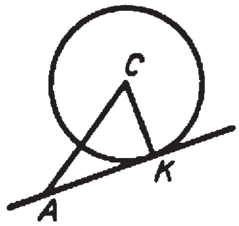


Figura 5

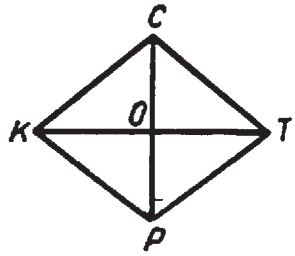


Figura 6

9. Sea dado un rectángulo con la diagonal igual a 8 m. Hallar el área del círculo circunscrito.

1) $16\ \pi^2\ m^2$ 2) $16\ \pi\ m^2$ 3) $64\ \pi^2\ m^2$ 4) $64\ \pi\ m^2$

10. La circunferencia con el centro O está inscrita en el triángulo ABC. Hallar el ángulo ACB, si AB = AC, $\angle BOC = 130º$.

1) 50º   2) 40º   3) 30º   4) 70º

11. La figura PKCT es un rombo. Señala el vector igual al vector *OT* (figura 6).

1) $\overrightarrow{OK}$ 2) $\overrightarrow{OP}$ 3) $\overrightarrow{TO}$ 4) $\overrightarrow{KO}$

12. La figura KTPO es un romboide (figura7). Hallar la suma de los vectores *TK* y *TP*.

1) $\overrightarrow{TO}$ 2) $\overrightarrow{TM}$ 3) $\overrightarrow{PK}$ 4) $\overrightarrow{KP}$

PARTE B

1. Calcular la longitud de la mediana de un triángulo equilátero de lado $2\sqrt{3}$.

2. El perímetro de un hexágono regular es igual a 18. Hallar el diámetro de la circunferencia circunscrita.

3. Las diagonales del rectángulo ABCD se cortan en el punto O, $\angle AOB = 60º$, ab = 8. Hallar la diagonal AC.

4. ABCD es un trapecio. Utilizando los datos señalados en la figura 8, hallar la longitud del segmento MN.

5. En los triángulos ABP y CDP se sabe que , $\angle BAP = \angle PCD$, AP = 4, AB = 6, CD = 9 (figura 9). Hallar la longitud del segmento AC.

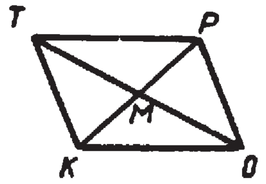


Figura 7

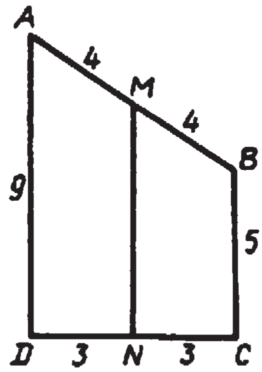


Figura 8

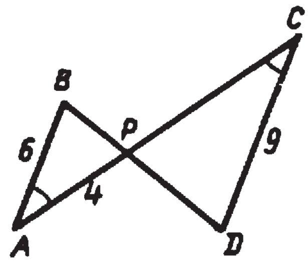


Figura 9

PARTE C.

1. Demostrar la afirmación siguiente: "Dos triángulos isósceles son iguales, si el ángulo de la base y la altura bajada a la base de un triángulo es igual respectivamente al ángulo de la base y a la altura bajada a la base del otro triángulo".

2. Las diagonales de un trapecio son iguales y son perpendiculares entre sí. Hallar la altura del trapecio, si su línea media es de 6 m. Razonar la respuesta.

3. El punto O parte el lado AC del triángulo ABC en dos segmentos AO = 5 y OC = 15. Hallar el lado BC, si AB = 10, BO = 12. Razonar la respuesta.

RESPUESTAS

Parte A: 1.4, 2.1, 3.1, 4.3, 5.1, 6.1, 7.3, 8.2, 9.2, 10.1, 11.4, 12.1.

Parte B: 1. 3; 2. 6; 3. 16; 4. 7; 5. 10.

Parte C: 2. 6; 3. 24.

Año 1999 - GEOMETRÍA XI Curso (Alumnos de 16-17 años)

PARTE A

1. En un paralelepípedo rectangular AB = 8, BC = 6, AA_1 = 12 (figura 10). Hallar la distancia del punto K al vértice B_1.

1) $\sqrt{234}$ 2) $\sqrt{119}$ 3) 13 4) $\sqrt{61}$

2. La altura de un prisma regular de base cuadrangular es de 3 m, y el área de la cara lateral es de 12 m^2. Hallar el área de la superficie del prisma.

1) 48 m^2 2) 36 m^2 3) 80 m^2 4) 78 m^2

3. La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo isósceles, cuyo cateto vale $2\sqrt{2}$ m. La arista lateral del prisma es igual a la hipotenusa de la base. Hallar el volumen del prisma.

1) 32 m^3 2) 16 m^3 3) 64 m^3 4) 48 m^3

4. La arista lateral de una pirámide regular triangular es de 5 m y su apotema es de 4 m. Hallar el área de la superficie lateral de la pirámide.

1) 72 m^2 2) 36 m^2 3) 144 m^2 4) 30 m^2

5. La base de la pirámide es un rectángulo con los lados iguales a 3 m y a 4 m (figura 11). Hallar el volumen de la pirámide, si su base es igual a la diagonal de la base.

1) 40 m^2 2) 30 m^2 3) 60 m^2 4) 20 m^2

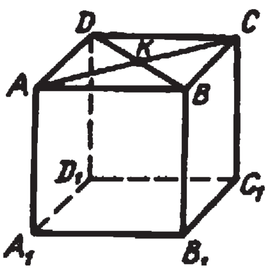


Figura 10

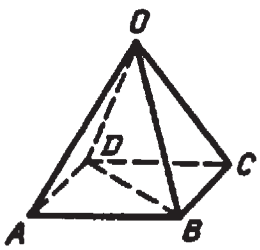


Figura 11

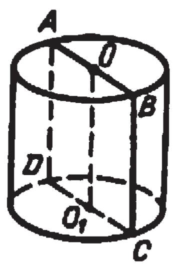


Figura 12

6. La sección axial de un cilindro es un cuadrado con la diagonal igual a $8\sqrt{2}$ m (figura 12). Hallar el área de la superficie lateral del cilindro.

1) 64 m^2 2) 64π m^2 3) 32 π m^2 4) 32 m^2

7. Hallar el volumen del cuerpo, obtenido por la rotación del rectángulo ABCD en torno al lado AB, sabiendo que BC = 2 m y el área del rectángulo es de 6 m^2.

1) 18 π m^3 2) 12 π m^3 3) 9 π m^3 4) 12 m^3

8. Hallar el volumen del cono, cuya altura es de 3 m y cuya generatriz tiene 5 m.

1) 16 m^3 2) 48 m^3 3) 25 π m^3 4) 16 π m^3

9. La longitud de la circunferencia de la sección, que pasa por el centro de la esfera es de 8 π m. Hallar el área de la esfera.

1) 64 m^2 2) 164 π m^2 3) 16 π m^2 4) 64 π m^2

10. La bola con el centro en el punto O toca el plano en el punto A. El punto B está en el plano tangente. Hallar el diámetro de la bola, sabiendo que AB = 40 m, BO = 41 m.

1) 18 m 2) 9 m 3) 36 m 4) 81 m

PARTE B

1. La diagonal B_1D del paralelepípedo rectangular $ABCDA_1B_1C_1D_1$ está inclinada 60º respecto al plano de la base (figura 13). Hallar su longitud, si los lados de la base son iguales a 6 y a 8 respectivamente.

2. La sección axial del cono es un triángulo con un ángulo de 60º y con un lado igual a 12 m. Hallar el perímetro de esta sección axial.

3. El lado de la base de una pirámide triangular regular PABC vale 8 y su arista lateral vale 10. Hallar el perímetro de la sección que pasa por los puntos medios de las aristas AC y BC y es paralelo a la arista PC.

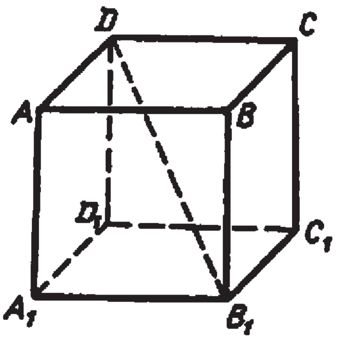


Figura 13

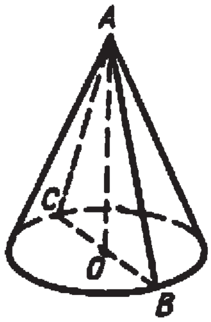


Figura 14

PARTE C

1. La base de la pirámide MABCD es un cuadrado, cuya diagonal vale $2\sqrt{2}$. La arista MB es perpendicular al plano de la base y el ángulo entre los planos ABC y AMD vale 60º. Hallar AM. Razonar la respuesta.

2. Las aristas AS y BC del tetraedro SABC son perpendiculares entre sí. Los puntos E, H y K son los puntos medios de las aristas CS, BS y AC respectivamente.
Demostrar que $EH^2 + EK^2 = HK^2$.

RESPUESTAS

ParteA: 1.3, 2.3, 3.2, 4.2, 5.4, 6.2, 7.2, 8.4, 9.4, 10.1

Parte B: 1. 20; 2. 36; 3. 18.

Parte C: 1. 4.

RESPUESTAS GLOBALES

ÁLGEBRA IX Curso (Alumnos de 14-15 años)

Parte A: 1.3, 2.2, 3.3, 4.1, 5.3, 6.1, 7.1, 8.2, 9.3, 10.2, 11.4, 12.4, 13.3, 14.2, 15.1, 16.1, 17.2.

Parte B: 1. 120; 2. –2; 3. 90; 4. –2; 5. 12.

Parte C: 2. $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ 3. (0 ; 3), (2; -1)

Año 1999 - ÁLGEBRA Y PRINCIPIOS DE ANÁLISIS - XI Curso (Alumnos de 16-17 años)

Parte A: 1.4, 2.1, 3.2, 4.3, 5.4, 6.5, 7.5, 8.4, 9.3, 10.2, 11.1, 12.3, 13.2, 14.3, 15.2, 16.4, 17.3, 18.5, 19.3, 20.5, 21.1, 22.2, 23.2, 24.5, 25.5, 26.3.

Parte B: 1. 2; 2. 3; 3. –6; 4. 5.

Año 1999 - GEOMETRÍA IX curso (Alumnos de 14-15 años)

Parte A: 1.4, 2.1, 3.1, 4.3, 5.1, 6.1, 7.3, 8.2, 9.2, 10.1, 11.4, 12.1.

Parte B: 1. 3; 2. 6; 3. 16; 4. 7; 5. 10.

Parte C: 2. 6; 3. 24.

Año 1999 - GEOMETRÍA XI Curso (Alumnos de 16-17 años)

Parte A: 1.3, 2.3, 3.2, 4.2, 5.4, 6.2, 7.2, 8.4, 9.4, 10.1

Parte B: 1. 20; 2. 36; 3. 18.

Parte C: 1. 4.

Los problemas del test se puede dividir condicionalmente en tres grupos según su dificultad:

1) problemas que los alumnos resuelven con seguridad (70-79% de respuestas correctas);
2) problemas que los alumnos resuelven de una manera insegura (50-69% de respuestas correctas);
3) Problemas que se resuelven, en general, correctamente (más de 80% de respuestas correctas);
4) problemas difíciles que resuelven solamente los alumnos bien preparados (10-50% de respuestas correctas).

La distribución de los problemas según los grupos señalados eran la siguiente (véase las tablas 2-5).

Geometría IX grado

Tabla 2

Cantidad de alumnos que resolvieron el problema correctamente		
50-69%	70-79%	80%
A2; A5; A10;A12; B5	A1; A6; A8; A9; A11; B1; B2; B3	A7; B4

Uno o dos puntos por la resolución de los problemas de la parte C recibieron respectivamente: C1 – 50%; C2 – 10%; C3 – 15% de los alumnos.

El tanto por ciento de los alumnos que recibieron uno o dos puntos por la resolución de los problemas de la parte C se muestra en la tabla siguiente:

50%	10%	15%
C1	C2	C3

Geometría XI grado

Tabla 3

El % de los alumnos que resolvieron el problema		
50-69%	70-79%	80% o más
	A2; A3; A4; A5; A7; B2	A7; B4

Los problemas B3, C1 y C2 resolvieron respectivamente: B3 – 45%; C1 – 55%; C2 – 45% de los alumnos.

Álgebra IX grado

Tabla 4

El % de los alumnos que resolvieron el problema		
50-69%	70-79%	80% o más
A9; A14; A17; A22; B3; B4; B5;	A1; A2; A4; A6; A8; A10; A11; A13; A17; B1; B2	A3; A5; A7; A12; A15; A16;

Uno o dos puntos por la resolución de los problemas de la parte C recibieron respectivamente: C1 – 30%; C2 – 25%; C3 – 40% de los alumnos.

Álgebra y principios de análisis XI grado

Tabla 5

El % de los alumnos que resolvieron el problema		
Menos del 50%	50-69%	70-79%
A1; A2; A5; A11; A13; A23; A25; B1; B4;	A7; A8; A14; A17; B2; A19; A20; A22; A24;	A3; A4; A9; A10; A12; A15; A16; A18; A21; A26; B3;

El problema más fácil resultó ser el A6. Lo resolvieron más del 80% de los alumnos.